

# Klanganalyse und -synthese: Quantisierung, Dithering, Noiseshaping

Stefan Valentin, Stefan Kersten

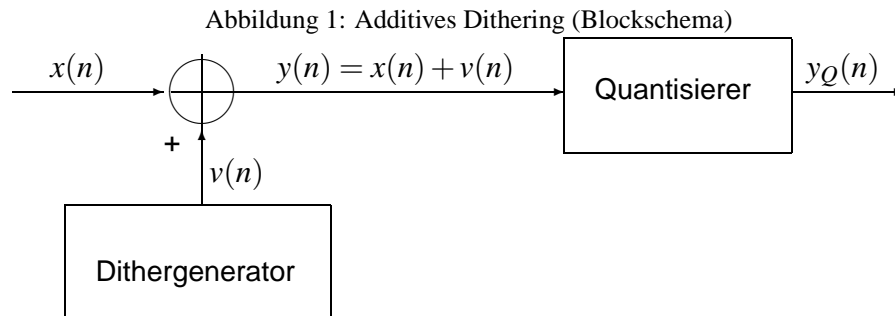
WS 2003/2003

## 1 Quantisierungsfehler

- Auflösung eines  $B$ -Bit-Quantisierers:  $Q = \frac{R}{2^B}$
- Quantisierungsmethoden: *round*, *truncate*
- Quantisierungsfehler:  $e(nT) = x_Q(nT) - x(nT)$
- Abschätzung des Absolutfehlers:  $-\frac{Q}{2} \leq e \leq \frac{Q}{2}$
- Mittlerer quadratischer Fehler:  $e_{rms} = \sqrt{\frac{1}{Q} \int_{-\frac{Q}{2}}^{\frac{Q}{2}} e^2 \delta e} = \frac{Q}{\sqrt{12}}$
- $e(n)$  hängt vom quantisierten Signal  $x(n)$  ab:
  - $x(n)$  breitbandig mit hohem Pegel:
    - \*  $e(n)$  ist gleichspannungsfreies, gleichverteiltes Rauschen
    - \*  $e(n)$  korreliert nicht mit  $x(n)$
  - $x(n)$  schmalbandig mit niedrigem Pegel:
    - \*  $e(n)$  ist periodisch
    - \*  $e(n)$  korreliert stark mit  $x(n)$
- Beispiele: Zeitsignale in Abb. 3 und Abb. 4, Leistungsdichtespektren in Abb. 5, Abb. 6 und Abb. 7

## 2 Dithering

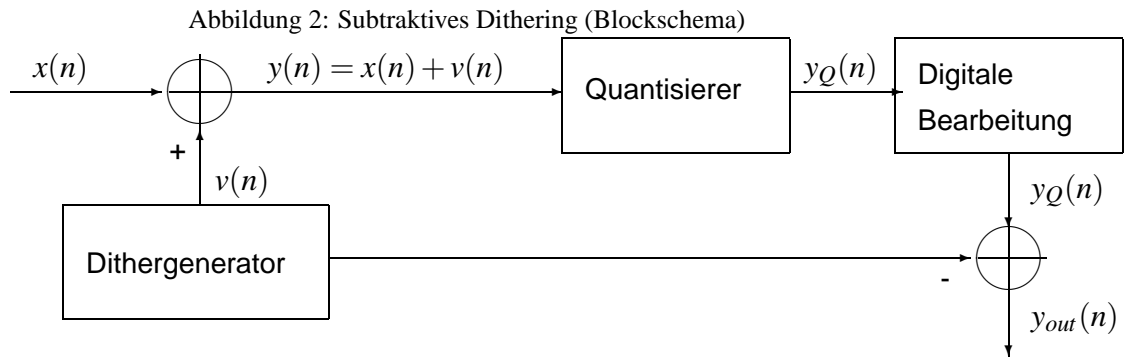
- Problem: Korrelation von Quantisierungsfehler  $e(n)$  und Signal  $x(n)$  im niedrigen Pegelbereich
- Ansatz: Dekorrelation beider Signale
- Lösung: Addition eines Dithersignals  $v(n)$  (Rauschfolge) vor der Quantisierung



## 2.1 Additives Dithering

- Blockdiagramm: Abb. 1
- Gesamtfehler:  $\varepsilon(n) = q(n) - x(n) = e(n) + v(n)$
- Ditherrauschfolgen:
  - Gaussverteilung
  - Gleichverteilung (weisses Rauschen)
  - Dreiecksverteilung
- Auswirkungen der Verteilungsfunktion auf den Gesamtfehler
  - Verminderung der Quantisierungsverzerrungen
  - Überführen des Gesamtfehlers in gleichverteilte Rauschfolge
- Auswirkung der Verteilungsfunktion auf den Rauschspannungsabstand (SNR):
 

Verteilung	Varianz $\sigma_\varepsilon^2$	SNR
kein Dither	$\frac{Q^2}{12}$	-0 dB
Rechteck	$\frac{2Q^2}{12}$	-3 dB
Dreieck	$\frac{3Q^2}{12}$	-4.8 dB
Gauss	$\frac{4Q^2}{12}$	-6 dB
- dreieckverteilter Dither:
  - Leistungsdichtespektrum von  $\varepsilon(n)$  korreliert nicht mit  $x(n)$
  - *keine* vollkommene Dekorrelation der Zeitsignale
  - aufgrund der Eigenschaften der menschlichen Wahrnehmung in der Praxis ausreichend
- Beispiele: Leistungsdichtespektren eines geditherten und quantisierten Sinussignals in Abb. 8 und Abb. 9

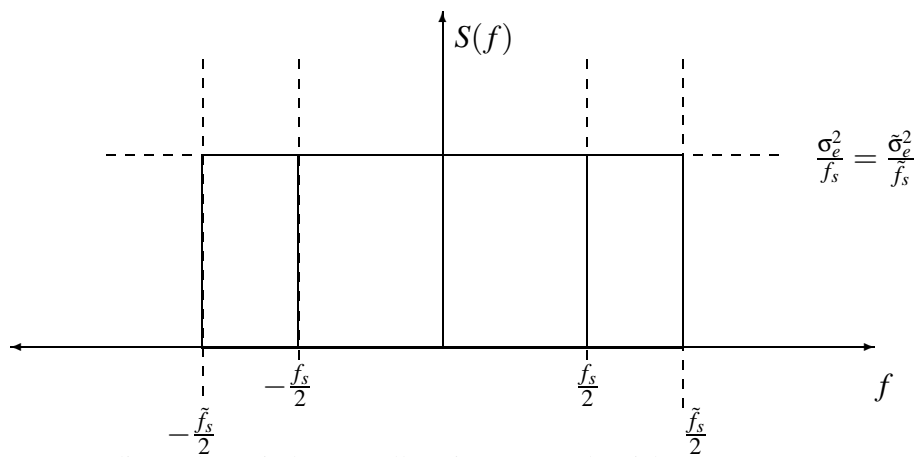


## 2.2 Subtraktives Dithering

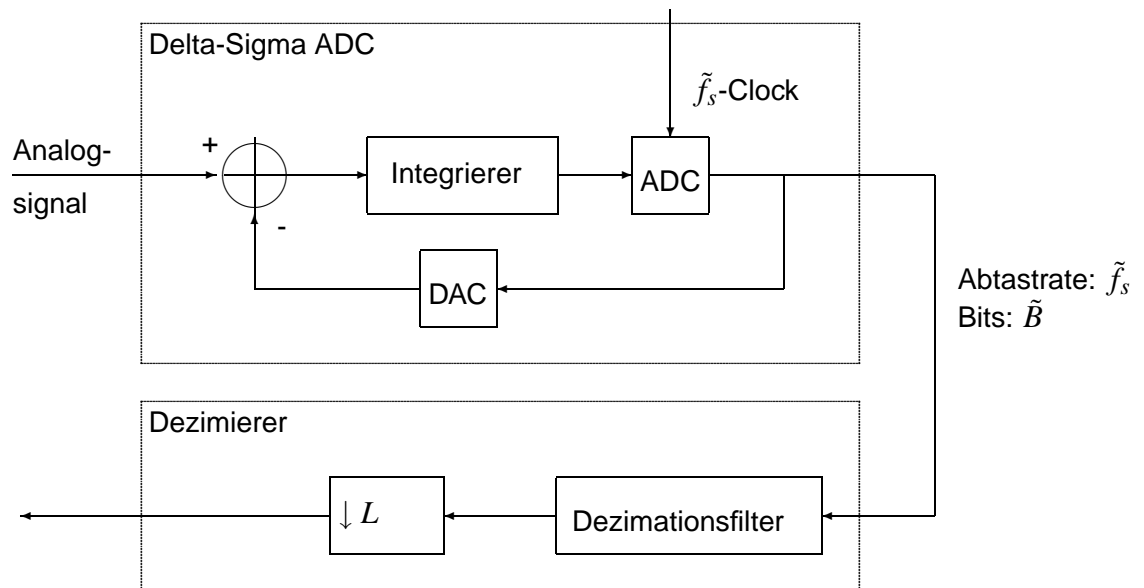
- Blockdiagramm: Abb. 2
- Gesamtfehler:  $\varepsilon(n) = e(n)$ 
  - keine Änderung der *SNR*
  - $x(n)$  und  $\varepsilon(n)$  *vollkommen* dekorreliert
- Nachteil: Kopie des Dithersignals muss bei der Empfangsseite vorliegen

## 3 Oversampling und Noiseshaping

- **Oversampling:** Überabtastung des Signals mit  $\tilde{f}_s$  anstatt der notwendigen Abtastrate  $f_s$  (Abb. 3)



- Abtastverhältnis  $L = \frac{\tilde{f}_s}{f_s} = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_e^2} = 2^{2(B-\tilde{B})} = 2^{2\Delta B}$
- Bitersparnis ohne Noiseshaping:  $\Delta B = \frac{1}{2} \log_2 L$
- **Noiseshaping**: “Formung” (Hochpassfilterung) des Quantisierungsfehlers (*Delta-Sigma-Wandler*, Abb. 3)
- Fehlerenergie verteilt sich auf den oberen Bereich von  $|\tilde{f}_s|$  und ausserhalb von  $|f_s|$ 
  - Verringerung der Fehlerenergie in  $|f_s|$  und
  - Möglichkeit der Einsparung von Bits zur Signalrepräsentation
  - z.B. *1-Bit-Wandler*:  $\Delta B = 15 \Leftrightarrow L = 128$



Abtastrate:  $f_s$   
 Bits:  $B$   
 Delta-Sigma-Wandler (Blockschema)

Abbildung 3: Original und quantisiertes Sinussignal: Frequenz  $f = 413\frac{1}{s}$ , Amplitude  $A = 1$ , Abtastrate  $f_s = 44100\frac{1}{s}$ , Quantisierungsstufenbreite  $Q = 1$

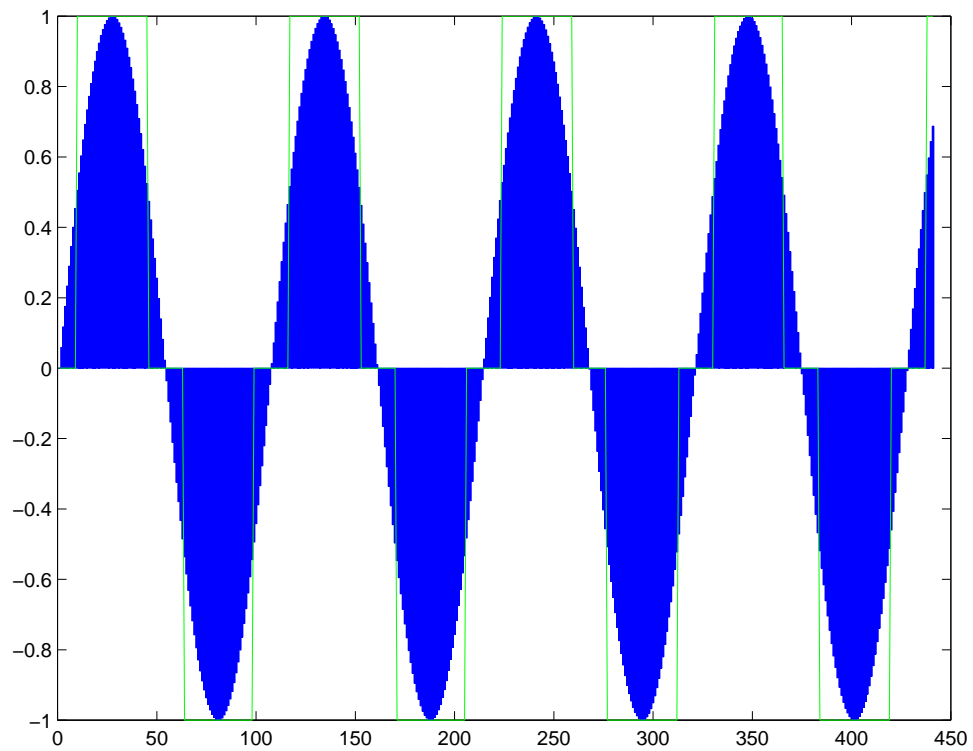


Abbildung 4: Quantisierungsfehler Sinussignal: Frequenz  $f = 413\frac{1}{s}$ , Amplitude  $A = 1$ ,  
Abtastrate  $f_s = 44100\frac{1}{s}$ , Quantisierungsstufenbreite  $Q = 1$

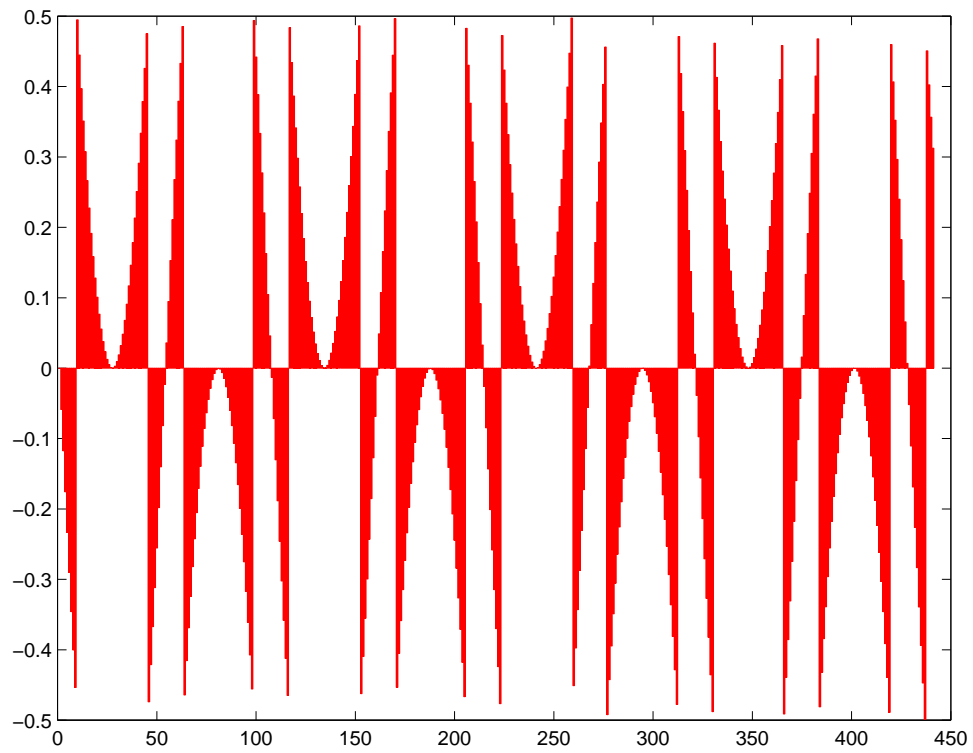


Abbildung 5: Leistungsdichtespektrum Sinussignal: Frequenz  $f = 413 \frac{1}{s}$ , Amplitude  $A = 1$ , Abtastrate  $f_s = 44100 \frac{1}{s}$

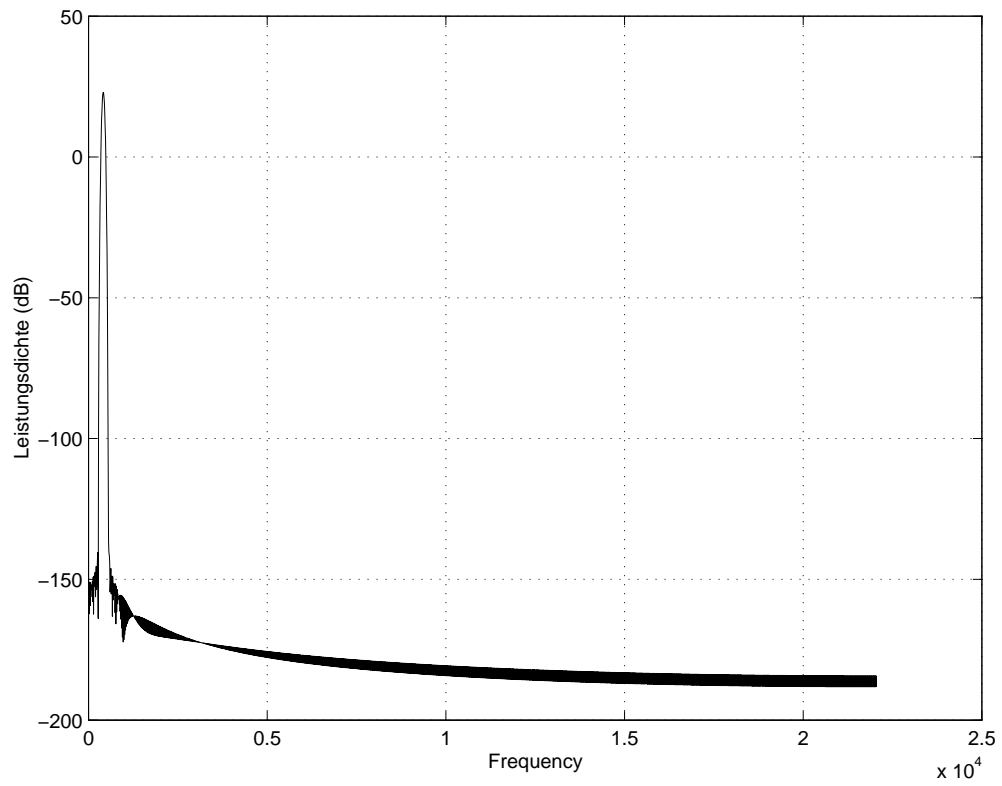


Abbildung 6: Leistungsdichtespektrum quantisiertes Sinussignal: Frequenz  $f = 413 \frac{1}{s}$ , Amplitude  $A = 1$ , Abtastrate  $f_s = 44100 \frac{1}{s}$ , Quantisierungsstufenbreite  $Q = 1$

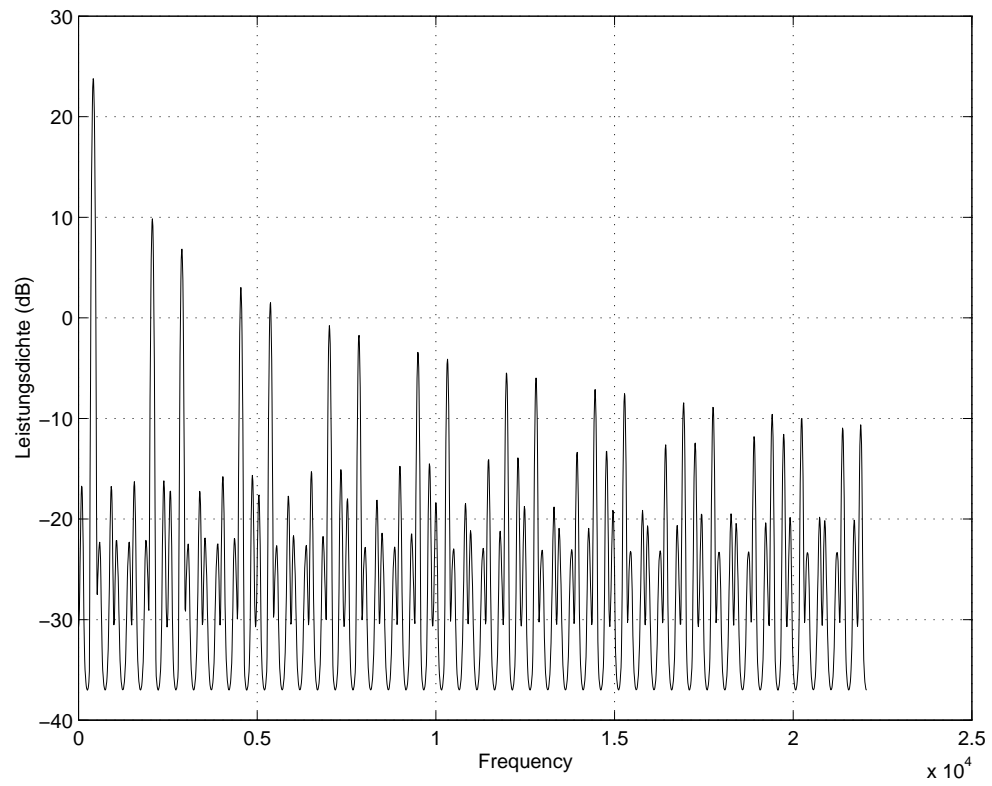




Abbildung 7: Leistungsdichtespektrum Fehlersignal: Frequenz  $f = 413\frac{1}{s}$ , Amplitude  $A = 1$ , Abtastrate  $f_s = 44100\frac{1}{s}$ , Quantisierungsstufenbreite  $Q = 1$

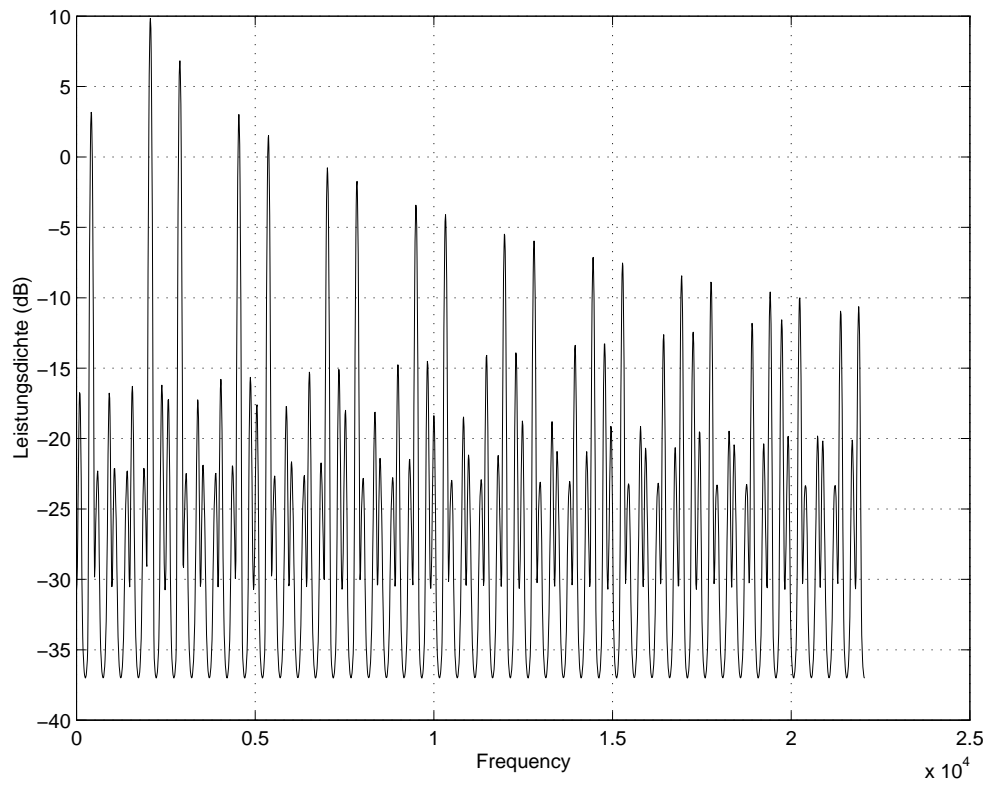


Abbildung 8: Leistungsdichtespektrum gedithertes und quantisiertes Sinussignal Frequenz  $f = 413 \frac{1}{s}$ , Amplitude  $A = 1$ , Abtastrate  $f_s = 44100 \frac{1}{s}$ , Quantisierungsstufenbreite  $Q = 1$ , rechteckverteiltes Ditherrauschen

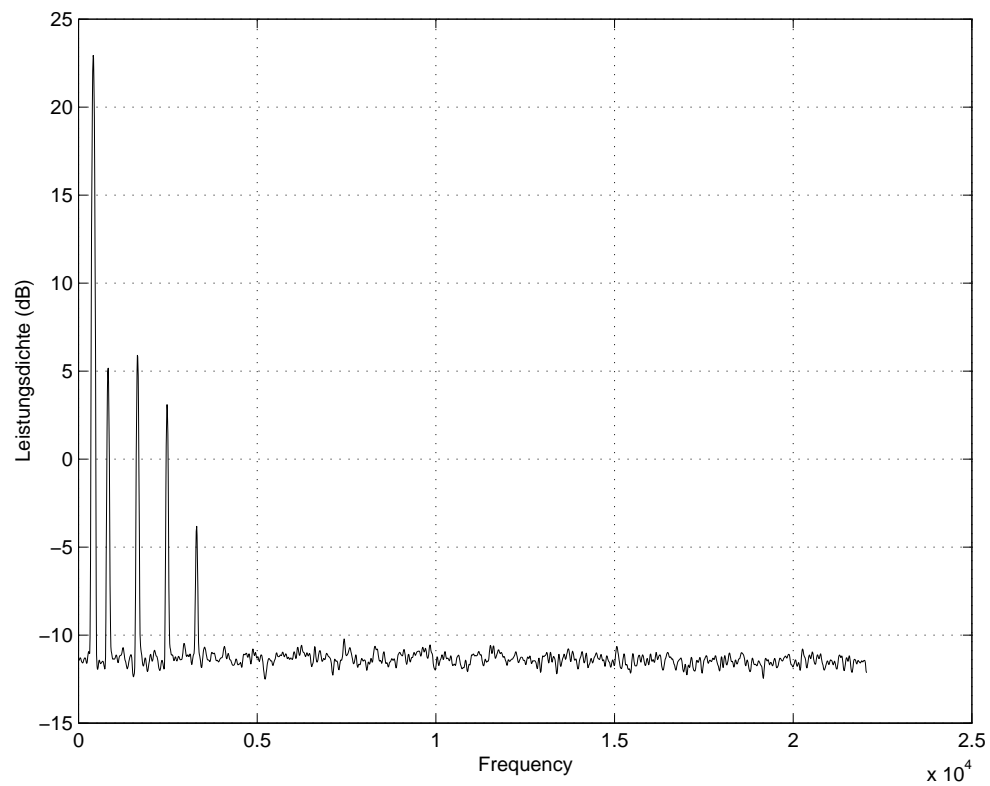


Abbildung 9: Leistungsdichtespektrum gedithertes und quantisiertes Sinussignal Frequenz  $f = 413 \frac{1}{s}$ , Amplitude  $A = 1$ , Abtastrate  $f_s = 44100 \frac{1}{s}$ , Quantisierungsstufenbreite  $Q = 1$ , dreieckverteiltes Ditherrauschen

